

2-1 ボイル・シャルルの法則

Point!

- ! 気体が断面積 $S[\text{m}^2]$ の面を大きさ $F[\text{N}]$ の力で押しているとき、気体の圧力 p は、 $p = \frac{F}{S}$ と表される。圧力の単位にはパスカル(記号 Pa)を用いる。
- ! ピストンで容器に閉じ込めた気体の圧力を求める問題は、ピストンにはたらく **力のつり合い** を用いて求める。
- ! ボイル・シャルルの法則…気体が外部と出入りしないとき、一定質量の気体の体積 V は、圧力 p に反比例し、絶対温度 T に比例する。

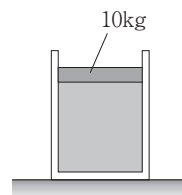
$$\frac{pV}{T} = (\text{一定})$$

- ! 気体の分子の大きさと分子間力が無視できる気体を、**理想気体** という。理想気体では、ボイル・シャルルの法則が正確に成り立つ。 ☞

Warm Up

次の問いに、有効数字2桁で答えなさい。

- 断面積が $4.9 \times 10^{-3} \text{m}^2$ で質量が 10kg のなめらかに動くピストンで、円筒容器に閉じ込めた空気がある。容器の中の空気の圧力は何 Pa か。大気圧を $1.0 \times 10^5 \text{Pa}$ 、重力加速度の大きさを 9.8m/s^2 とする。
- 19°C 、 $9.6 \times 10^5 \text{Pa}$ で 3.5L の理想気体を、 $1.2 \times 10^5 \text{Pa}$ で 3.2L にすると、温度は何 $^\circ\text{C}$ になるか。
- 体積 0.60m^3 、温度 280K の気体を、圧力を一定に保ったまま温度を 420K にした。このときの体積は何 m^3 か。



- 解説** (1) 容器の中の空気の圧力を $p[\text{Pa}]$ 、大気圧を $p_0[\text{Pa}]$ 、ピストンの質量を $m[\text{kg}]$ 、ピストンの断面積を $S[\text{m}^2]$ 、重力加速度の大きさを $g[\text{m/s}^2]$ とすると、ピストンにはたらく力のつりあいの式より、 $pS - p_0S - mg = 0$ だから、

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \frac{mg}{S} = (1.0 \times 10^5) + \frac{10 \times 9.8}{4.9 \times 10^{-3}} \\ &= (1.0 \times 10^5) + (2.0 \times 10^4) \\ &= 1.2 \times 10^5 \text{Pa} \end{aligned}$$

- (2) 求める温度を $T[\text{K}]$ とすると、ボイル・シャルルの法則より、

$$\frac{(9.6 \times 10^5) \times 3.5}{19 + 273} = \frac{(1.2 \times 10^5) \times 3.2}{T}$$

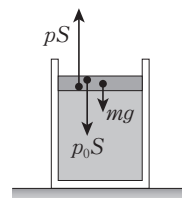
$$\text{よって、} T = (1.2 \times 10^5) \times 3.2 \times \frac{19 + 273}{(9.6 \times 10^5) \times 3.5} = 33.37 \dots \approx 33 \text{K}$$

$$\text{したがって、} 33 - 273 = -240^\circ\text{C}$$

- (3) 求める体積を $V[\text{m}^3]$ 、圧力を $p[\text{Pa}]$ とすると、

$$\text{ボイル・シャルルの法則より、} \frac{p \times 0.60}{280} = \frac{pV}{420}$$

$$\text{よって、} V = \frac{0.60}{280} \times 420 = 0.90 \text{m}^3$$



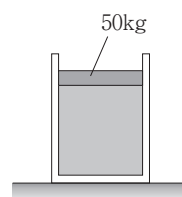
温度は絶対温度になおす(体積は両辺で単位がそろっていればよい)

変化前	⇒	変化後
$p[\text{Pa}]$		$p[\text{Pa}]$
0.60m^3		$V[\text{m}^3]$
280K		420K

Try

次の問いに、有効数字2桁で答えなさい。

- (1) 断面積が $4.9 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ で質量が 50 kg のなめらかに動くピストンで、円筒容器に閉じ込めた空気がある。容器の中の空気の圧力は何 Pa か。大気圧を $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

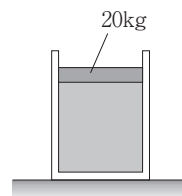


- (2) 27°C 、 $1.5 \times 10^5 \text{ Pa}$ で 0.60 m^3 の理想気体を、 127°C 、 0.20 m^3 にすると、気体の圧力は何 Pa になるか。
- (3) 圧力 $2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、体積 0.44 m^3 の気体を、温度を一定に保ったまま圧力を $2.2 \times 10^5 \text{ Pa}$ にした。このときの体積は何 m^3 か。
- (4) 体積 1.0 m^3 、温度 300 K の気体を、圧力を一定に保ったまま温度を 360 K にした。このときの体積は何 m^3 か。

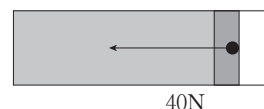
Exercise

次の問いに、有効数字2桁で答えなさい。

- (1) 断面積が $4.9 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ で質量が 20 kg のなめらかに動くピストンで、円筒容器に閉じ込めた空気がある。容器の中の空気の圧力は何 Pa か。大気圧を $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



- (2) 断面積 1.0 cm^2 のなめらかに動くピストンで、円筒容器に閉じ込めた空気がある。このピストンを 40 N の力で押すとき、容器の中の空気の圧力は何 Pa か。大気圧を $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ とする。



- (3) 27°C 、 $2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ で $3.0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ の理想気体を、 87°C 、 $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ にすると、気体の体積は何 m^3 になるか。
- (4) 77°C 、 $3.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ で 500 mL の理想気体を、 47°C 、 2.0 L にすると、気体の圧力は何 Pa になるか。
- (5) 圧力 $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、体積 0.80 m^3 の気体を、温度を一定に保ったまま体積を 0.40 m^3 にした。このときの圧力は何 Pa か。
- (6) 圧力 $2.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ 、体積 $3.0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ の気体を、温度を一定に保ったまま圧力を $1.0 \times 10^5 \text{ Pa}$ にした。このときの体積は何 m^3 か。
- (7) 体積 $1.1 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ 、温度 330 K の気体を、圧力を一定に保ったまま温度を 300 K にした。このときの体積は何 m^3 か。
- (8) 体積 $3.0 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ 、温度 300 K の気体を、圧力を一定に保ったまま温度を 200 K にした。このときの体積は何 m^3 か。

2-3

●●気体分子の運動

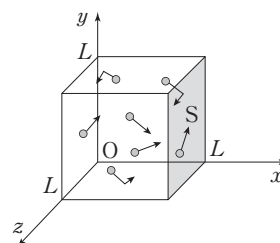
Point!

! 気体の分子の運動から圧力を求める手順

- ① 壁が1回の衝突で1つの分子から受ける力積を求める。
- ② 時間 t の間に、壁が1つの分子から受ける力積の合計を求める。
- ③ 壁が1つの分子から受ける平均の力を求める。
- ④ 壁が N 個の分子から受ける平均の力を求める。
- ⑤ 気体の圧力を求める。

Warm Up

右の図のように、1辺の長さが L [m]、体積 $V=L^3$ [m³] の立方体の容器の中に、質量 m [kg] の分子 N 個からなる理想気体が入っている。 x 、 y 、 z 軸を取り、 x 軸に垂直な面 S が受ける圧力を考える。分子は他の分子とは衝突せず、容器の面に衝突するまでは等速直線運動をしていると仮定する。また、分子と壁との衝突は弾性衝突とし、衝突の前後で分子の速さは変わらないものとする。1個の分子の速さを v [m/s]、速度の x 成分、 y 成分、 z 成分をそれぞれ v_x 、 v_y 、 v_z として、次の問いに答えなさい。



(1) 分子1個が面 S に1回衝突するときに、面 S が受ける力積の大きさを求めなさい。

(2) 時間 t [s] の間に分子1個から面 S が受ける力積の大きさを求めなさい。

(3) 分子1個から面 S が受ける平均の力 $\bar{f}$ [N] を求めなさい。

(4) 分子 N 個から面 S が受ける平均の力 F [N] を、 v_x^2 の平均を $\overline{v_x^2}$ として求めなさい。

(5) 気体の圧力 p [Pa] を、体積 V [m³]、速さの2乗の平均 $\overline{v^2}$ を用いて表しなさい。

解説

(1) 分子は弾性衝突をするので、衝突前後で壁と垂直方向の成分のみ向きが変わる。

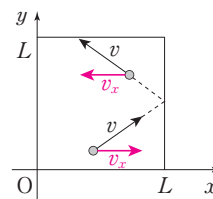
衝突前の分子の速度の x 成分を v_x とすると、衝突後の分子の速度の x 成分は $-v_x$

衝突による x 方向の運動量の変化は、 $(-mv_x) - mv_x = -2mv_x$

運動量の変化は受けた力積の大きさに等しいので、

分子が壁から受けた力積は、 $-2mv_x$

作用反作用の法則より、壁が分子から受けた力積は、 $2mv_x$ [N・s]



- (2) 面 S と衝突後、他の面に衝突しても速度の x 成分は変化しないので、 x 方向の運動は速さ v_x の等速運動になる。

よって、 x 軸方向にのみ着目すると、距離 $2L$ を速さ v_x で進むから、再び面 S に

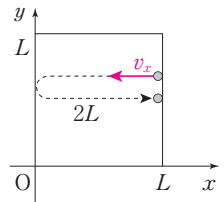
衝突する時間は、 $\frac{2L}{v_x}$ [s] となる。

時間 $\frac{2L}{v_x}$ [s] の間に面 S に 1 回衝突するので、 t [s] の間に衝突する回数は、

$$t \div \frac{2L}{v_x} = \frac{v_x t}{2L}$$

また、(1)より、1 回の衝突で面 S が受ける力積は、 $2mv_x$ [N・s]

よって、時間 t [s] の間に面 S が受ける力積は、 $2mv_x \times \frac{v_x t}{2L} = \frac{mv_x^2}{L} t$ [N・s]



- (3) (2)で求めた力積は $\bar{f}t$ と等しい。

$$\bar{f}t = \frac{mv_x^2}{L} t$$

両辺を t で割ると、 $\bar{f} = \frac{mv_x^2}{L}$ [N]

- (4) 面 S が N 個の分子から受ける平均の力の大きさ F [N] は、気体分子全体の v_x^2 の平均を $\overline{v_x^2}$ とすると、(3)より、

$$F = N \times \frac{m\overline{v_x^2}}{L} = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{L} \text{ [N]}$$

- (5) 気体の圧力 p [Pa] は、(面が受ける力 F) $\div$ (面 S の面積 L^2) で求められる。

$$p = \frac{F}{L^2} = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{L^3}$$

$$L^3 = V \text{ だから、} p = \frac{Nm\overline{v_x^2}}{V} \dots\dots ①$$

ここで、 $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ なので、

それぞれの平均に対しても、 $\overline{v^2} = \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}$ が成り立つ。

すべての分子は偏りなく不規則に運動しているから、

$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ と考えることができる。

よって、 $\overline{v^2} = 3\overline{v_x^2}$ すなわち、 $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$

これを①に代入して、

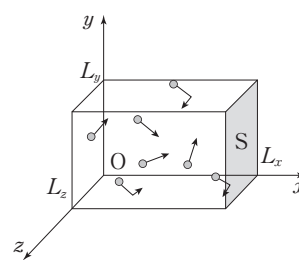
$$p = \frac{Nm\overline{v^2}}{3V} \text{ [Pa]}$$

Try

右の図のように、各辺の長さが $L_x[\text{m}]$, $L_y[\text{m}]$, $L_z[\text{m}]$, 体積 $V=L_x \times L_y \times L_z[\text{m}^3]$ の直方体の容器の中に、質量 $m[\text{kg}]$ の分子 N 個からなる理想気体が入っている。

x , y , z 軸をとり、 x 軸に垂直な面 S が受ける圧力を考える。

分子は他の分子とは衝突せず、容器の壁に衝突するまでは等速直線運動をしていると仮定する。また、分子と壁との衝突は弾性衝突とし、衝突の前後で分子の速さは変わらないものとする。1 個の分子の速さを $v[\text{m/s}]$, 速度の x 成分, y 成分, z 成分をそれぞれ v_x , v_y , v_z として、次の問いに答えなさい。



(1) 分子 1 個が面 S に 1 回衝突するときに、面 S が受ける力積の大きさを求めなさい。

(2) 時間 $t[\text{s}]$ の間に分子 1 個から面 S が受ける力積の大きさを求めなさい。

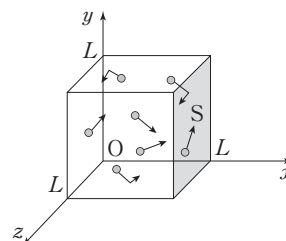
(3) 分子 1 個から面 S が受ける平均の力 $\bar{f}[\text{N}]$ を求めなさい。

(4) 分子 N 個から面 S が受ける平均の力 $F[\text{N}]$ を、 v_x^2 の平均を $\overline{v_x^2}$ として求めなさい。

(5) 気体の圧力 $p[\text{Pa}]$ を、体積 $V[\text{m}^3]$, 速さの 2 乗の平均 $\overline{v^2}$ を用いて表しなさい。

Exercise

右の図のように、1 辺の長さが $L[\text{m}]$, 体積 $V=L^3[\text{m}^3]$ の立方体の容器の中に、質量 $m[\text{kg}]$ の気体分子が 1mol 入っている。分子どうしの衝突は無視し、分子と面の衝突は弾性衝突とする。 x , y , z 軸をとり、 x 軸に垂直な面 S が受ける圧力を考える。() にあてはまる式を答えなさい。



ある分子の速度の x 成分, y 成分, z 成分をそれぞれ v_x , v_y , v_z とする。面 S との 1 回の衝突で、面 S がこの分子から受ける力積は(ア)で、1s あたりに面 S に衝突する回数は、(イ)である。したがって、この分子が 1s あたりに面 S に与える力積の和は(ウ)になる。アボガドロ定数を N_A , v_x^2 の平均値を $\overline{v_x^2}$ とすると、全分子が 1s あたりに面 S に与える力積の総和は、(エ)になる。面 S が全分子から受ける平均の力を F とすると、 F は(オ)となり、 $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$ を用いると、気体の圧力 p は、 $p =$ (カ)になる。